

Точка зрения
**О профильном и базовом уровнях
изучения математики в школе**

М.Ш. Якименко, М.Б. Шашкина,
КГПУ им. В.П. Астафьева (Красноярск),
e-mail: ya-mariam@yandex.ru, m_shashkina@bk.ru.

В статье обсуждаются перспективы оценки результатов математической подготовки выпускников школ на профильном и базовом уровнях, предполагаемый переход на новую модель ЕГЭ в 2015 году. Проводится сравнительный анализ требований к качеству математической подготовки в школе и в вузе. Прослеживаются причины низкого качества математической подготовки в вузе как следствие недостаточно качественной подготовки в школе.

Ключевые слова: математическая подготовка, школа, вуз, базовый и профильный уровни изучения математики, ЕГЭ.

В последнее время ведётся много разговоров об отмене обязательного экзамена по математике за курс средней школы, об изучении математики на различных уровнях как панацее от крайне низкого качества математического образования. Мысли о дифференциации в математическом образовании не только в смысле углублённого изучения предмета, но и в плане упрощения программы отчётливо звучат в Концепции развития математического образования в Российской Федерации, в методических рекомендациях ФИПИ по результатам ЕГЭ 2013 года [2, 4]. Мы тоже решили высказать свою точку зрения по данному вопросу как люди, имеющие отношение к подготовке будущих учителей математики для «нашей новой школы».

Итак, в 2014 году мы видим новую модель ЕГЭ по математике, которая состоит из двух частей: базовой и профильной. Расцениваем это как один из шагов на пути разветвления уровней школьного математического образования. Часть 1 содержит 10 заданий, проверяющих наличие практических математических знаний и умений *базового уровня*. Часть 2 содержит 11 заданий по материалу курса математики средней школы, проверяющих *уровень профильной математической подготовки*. Причём участникам экзамена, не претендующим на проверку уровня выше базового, разрешено ограничиться решением части 1.

В спецификации ЕГЭ отмечается:

«Выполнение заданий части 1... свидетельствует о наличии у участника экзамена обще­математических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях».

И далее:

«В целях более эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки выпускников задания части 2 работы предназначены для проверки знаний на том уровне требований, которые традиционно предъявляются вузами с профильным экзаменом по математике» [2].

Для чего введены такие изменения в ЕГЭ? Для того чтобы выделить группу экзаменуемых, претендующих на продолжение математического образования в вузе на тех специальностях (направлениях) подготовки, где математика является профильной дисциплиной. То есть получается, что часть 1 выполняет функцию отбора выпускников на уровне преодоления минимального порогового уровня математических знаний, умений, компетенций, а часть 2 берёт на себя функцию отбора в вузы, фактически играет роль вступительных испытаний по математике.

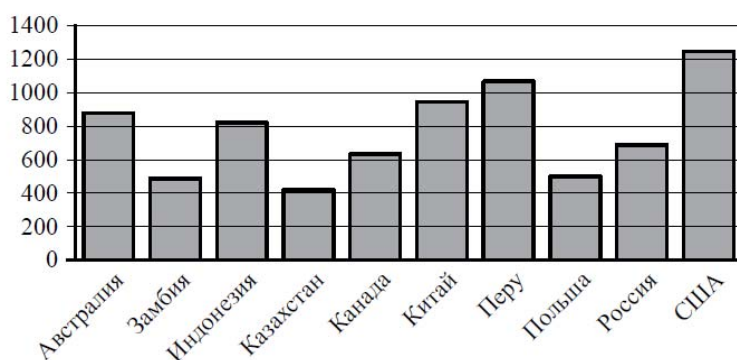
Заметим: для того чтобы считать математику усвоенной на базовом уровне, в 2013 году было достаточно набрать 5 первичных баллов, а в 2014 году – всего 3! (хотя в демоверсии ЕГЭ-2014 заявлялось 5 первичных баллов). По результатам выполнения каких трёх заданий можно судить о завершении изучения курса математики средней школы для того, чтобы выдать выпускнику аттестат?

Из демоверсии ЕГЭ-2014.

В1. Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

В2. Футболка стоила 800 рублей. Затем цена была снижена на 15%. Сколько рублей сдачи с 1000 рублей должен получить покупатель при покупке этой футболки после снижения цены?

В3. На диаграмме показано распределение выплавки меди в десяти странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, а десятое – Казахстан. Какое место занимала Канада?



Для выполнения этих заданий достаточно закончить пять классов. И остальные шесть лет в школе заниматься изучением более важных предметов: литературы, биологии, химии, физики и др. Однако кто и каким способом может определить, что конкретный пятиклассник способен осознанно выбрать, на каком уровне он хочет изучать математику? Кто в пятом классе уверен, что по окончании школы он не выберет вуз и профессию, где математика нужна на более высоком уровне? Зачем вообще проверять в 11 классе такой базовый уровень подготовки по математике, если в 9 классе требования КИМов ГИА намного выше? В ГИА требуется решить минимум 8 задач, в том числе 3 по алгебре и 2 по геометрии! Мы проверяем, не деградировал ли ученик за время обучения математике в 10–11 классах? В чём заключается преимущество ГИА в 9 классе и ЕГЭ в 11 классе на базовом уровне, если мы говорим о непрерывном математическом образовании?

По поводу профильной части тоже возникает ряд вопросов. У разных вузов, естественно, различные требования к уровню математической подготовки абитуриентов. Это было отчётливо видно и раньше, в период «до ЕГЭ», по содержанию письменного экзамена по математике. А в современных условиях получается, что ЕГЭ, по сути, уравнивает требования всех вузов страны,

так как уровень математической подготовки измеряется одними и теми же заданиями. Кроме того, если профильная часть ЕГЭ проверяет уровень готовности к продолжению математического образования в вузе, то задания профильной части должны коррелировать с теми математическими действиями, которые необходимы будущему студенту для успешного освоения разделов высшей математики.

По первому вопросу разработчики ЕГЭ отмечают, что «последние два задания части 2 предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов». То есть существует некоторая «вилка», которая гарантирует дифференцирующую способность КИМов в плане отбора в вузы с разным уровнем требований. (Кроме того, есть система олимпиад, дополнительных вступительных испытаний в престижные вузы.) Что касается второго вопроса, то здесь дело обстоит гораздо сложнее. Для изучения высшей математики в вузе (а она в том или ином варианте изучается практически на любом направлении подготовки) требуются определённые знания из курса школьной (элементарной) математики.

Рассмотрим простейшие примеры задач из курса математического анализа.

Пример 1. Исследовать на монотонность функцию $y = \sqrt[6]{x^2 - 2x + 3}$.

Для того чтобы продифференцировать эту функцию, нужно уметь преобразовывать выражение, содержащее радикал: представлять его в виде степени. А для исследования на монотонность надо также уметь решать иррациональные неравенства. К великому сожалению, многие поступающие в педагогический вуз на профили «Математика и информатика», «Физика и информатика» не способны справиться даже с первым действием, а второе непосильно уже никому – большинство поступивших на первый курс даже не готовились к решению задания С3, которое призвано проверить умение решать различные виды неравенств.

Пример 2. Найти интеграл $\int \frac{x^2 + \sqrt{x} - 1}{x} dx$.

Для нахождения первообразной подынтегральной функции необходимо её преобразовать, а для этого нужно уметь почленно разделить числитель дроби на знаменатель и опять же представить получившиеся выражения в виде степенных функций.

Пример 3. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 12} dx, \int \frac{3x + 4}{4x^2 - 16x + 4} dx, \int \frac{dx}{\sqrt{3 - 9x - 3x^2}}, \int \frac{2x + 6}{\sqrt{x^2 + 6x + 8}} dx.$$

Для решения задачи требуется выделить полный квадрат и применить метод непосредственного интегрирования (воспользоваться формулой из таблицы неопределённых интегралов). Но подобные задания вызывают у студентов-первокурсников непреодолимые затруднения. И основная проблема при решении – выделение полного квадрата (программа 8 класса)!

Список примеров можно продолжить.

Для успешного изучения математического анализа необходимо владеть основными методами решения уравнений и неравенств; уметь выделять полный квадрат, выполнять преобразования и действия с алгебраическими дробями, вычислять значения элементарных функций, строить графики функций и т.д. Обращаясь к содержанию КИМов ЕГЭ, отмечаем, где проверяются необходимые действия (см. таблицу).

Умения, проверяемые на ЕГЭ по математике

Группа умений (согласно спецификации ЕГЭ)	Где используются данные умения в математическом анализе	Число заданий	Номера заданий
Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Решение прикладных задач	5	B1, B2, B3, B4, B6
Уметь выполнять вычисления и преобразования	Нахождение значений функции, пределов, производных, интегралов и т.д.	1	B11

Уметь решать уравнения и неравенства	Исследование функций (нахождение области определения, нулей, критических точек, промежутков монотонности и т.д.)	4	B7, C1, C3, C5
Уметь выполнять действия с функциями	Построение графиков функций, исследование свойств функций, геометрические приложения производной и интеграла и т.д.	2	B9, B15
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Построение графиков функций одной и двух переменных, фигур и тел, линий уровня; исследование множеств в функциональном анализе	6	B5, B8, B10, B13, C2, C4
Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Решение прикладных задач	3	B12, B14, C6

Если проанализировать содержание заданий, предлагаемых в диагностических, тренировочных работах и реальных вариантах ЕГЭ, то можно заметить следующее. Наиболее полно в части В представлены задания на проверку умения использовать приобретённые знания в практической деятельности и в повседневной жизни, а также умения строить и исследовать простейшие математические модели. Это, безусловно, очень важные и необходимые выпускнику умения. Однако решение большинства прикладных математических задач требует умения прочесть текстовую задачу, построить математическую модель, а затем уже получить и интерпретировать результат в условиях данной задачи.

А какие задачи учатся решать наши выпускники?

B1, B2 (задания-близнецы) и B14 – задачи основной школы, умение решать их должно проверяться ещё на экзамене в 9 классе. Задание B12 отличается от этих задач только тем, что в нём иногда используются трансцендентные функции, изучаемые в старшей школе, а также более «страшными» с точки зрения выпускников вычислениями. На проверку умения строить и

исследовать математические модели направлена и задача С6, к выполнению которой боятся приступить даже сильные выпускники.

Открытый банк задач ЕГЭ содержит уравнения разных типов (задание В7): линейные, квадратные, дробно-рациональные, показательные, степенные, логарифмические и даже тригонометрические (с отбором корней), но чаще всего в работах встречаются иррациональные уравнения вроде $\sqrt{-32-x} = 2$.

В течение последних пяти лет задание С1 проверяет умение решать тригонометрические уравнения. При этом тип уравнения с каждым годом только упрощается.

Умение решать неравенства в части В вообще не проверяется. Оно подразумевается в некоторых заданиях В12, но поскольку в них всегда записана готовая формула, в которую учащиеся подставляют числовые данные и с минимальными затратами отвечают на вопрос задачи, то де-факто данное умение с этим заданием не связано. Решать неравенства требуется в задании С3, к выполнению которого в прошлом году приступили лишь 10% экзаменуемых.

Действия с графиками функций сводится к выяснению наибольшей (наименьшей) температуры или цены акций по графику – в задании В3 (в старой версии В2), которое имело самый высокий процент выполнения по статистике прошлого года в Сибири. Умение строить графики или хотя бы узнавать графики основных элементарных функций проверяется, возможно, только при решении задания С5, но к его выполнению приступают около 15% экзаменуемых.

Умение выполнять преобразования проверяется в части В с помощью одного задания – В7 (в новой версии В11), которое в Сибири, по статистике прошлого года, выпускники выполнили хуже всех других заданий части В. При этом задания на проверку умения привести алгебраические дроби к общему знаменателю, а также сократить дробь в открытом банке ЕГЭ отсутствуют.

Задание В9, связанное с производной функции, – достаточно серьёзная задача на понимание геометрического смысла производной и первообразной и умение интерпретировать свойства функции и её производной по графикам. По статистике это задание учащиеся выполняют хуже, чем задание В15, которое предполагает чёткое следование алгоритму нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции или точки минимума (максимума). Некоторые учителя и репетиторы уже знают, как решать подобные задания – прототипы В15 из открытого банка – без нахождения производной: подбирать значение x , при котором аргумент логарифмической функции равен 1, иначе ответ не записать в виде десятичной дроби, «не обращать внимание» на радикал, логарифм и степень в сложных функциях и т.д. Согласно статистике 2013 года в Сибири, задание В9 (в старой версии В8) верно выполнили более 74% экзаменуемых, а задание В15 (в старой версии В14) – чуть более 63%.

В мае 2014 года была предложена диагностическая работа для 10 класса в формате новой перспективной модели ЕГЭ-2015. В данной модели полностью разделены базовая и профильная части экзамена. Базовый уровень представлен 20 заданиями типа В. Непонятно, зачем их столько, если базовый уровень явно будут выбирать выпускники, рассчитывающие просто преодолеть минимальный порог. А наши добросовестные учителя должны будут найти в течение учебного года время на подготовку к выполнению такого количества заданий. В работе профильного уровня предлагается 8 заданий типа В и 7 заданий типа С, то есть меньше, чем в действующей модели. На прямую проверку умения выполнять вычисления и преобразования по-прежнему одно задание – В1. Умение решать уравнения и неравенства в части В не проверяется (только опосредованно в задаче В6 – аналоге В12 версии ЕГЭ-2014).

Изменения в части С (аналоге вступительного письменного экзамена по математике в период «до ЕГЭ») в предлагаемой перспективной версии заключаются: 1) в трансформации задания С3 (по сути, это по-прежнему решение двух неравенств и объединение, пересечение или нахождение разности

множеств их решений); 2) в добавлении новой текстовой задачи между «старыми» С4 и С5. Технически уменьшение количества заданий части В, скорее всего, должно привести к тому, что экзаменуемые будут приступать к решению большего количества заданий части С. С точки зрения требований к качеству школьной математической подготовки со стороны вуза это положительный момент. Но опять возникает вопрос: когда и как должна проходить подготовка учащихся к решению подобных задач?

Как видим, проверяемый с помощью ЕГЭ уровень математической подготовки выпускников (как на базовом, так и на профильном уровне) не соответствует требованиям, необходимым для освоения курса высшей математики, в частности математического анализа. Таким образом, *готовность к продолжению математического образования в вузе у большинства выпускников не формируется и не проверяется.*

Если речь идёт о выделении профильного уровня в содержании КИМов, то его необходимо привести в соответствие с некоторыми средними требованиями к уровню математической подготовки в вузах, где математика – профильная дисциплина. Безусловно, на ряд направлений подготовки необходимо проводить дополнительные вступительные испытания в форме устного экзамена или собеседования. Ведь из-за письменной формы экзамена на ЕГЭ практически не проверяется культура аргументированных математических рассуждений. Хорошо, что появился пункт а) в задании С4 (задача на доказательство), но опять же, сколько экзаменуемых его выполняют? Неумение пользоваться математическим языком и грамотно оформить решение задачи – беда современных выпускников.

Мы не первый раз пытаемся привлечь внимание реформаторов современного математического образования к этим проблемам, ведь уже выросло несколько поколений учителей математики, которые изучали математику «в формате ЕГЭ». Они молча поступили в вуз, много времени потратили на то, чтобы восполнить пробелы школьной подготовки, научиться элементарным

приёмам учебной деятельности, научиться говорить у доски, а затем вернуться в школу [3]. Такой вот получается печальный круговорот.

Литература

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Утв. распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506-р. [Электронный ресурс]. URL: минобрнауки.рф/документы/3894 (дата обращения 03.06.2014).
2. Демоверсия ЕГЭ по математике 2014 [Электронный ресурс]. URL: <http://ege.edu.ru/common/upload/docs/2014/maEGE2014-1.zip> (дата обращения 20.06.2014).
3. *Шашкина М.Б., Табинова О.А.* О качестве математической подготовки в школе и вузе // Математика в школе. – 2014. – № 4. – Электронное приложение № 1.
4. *Яценко И.В., Семёнов А.В., Высоцкий И.Р.* Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики (на основе анализа типичных затруднений выпускников при выполнении заданий ЕГЭ). [Электронный ресурс]. URL: fipi.ru (дата обращения 03.06.2014).