

Маркова Р.А.,  
школа № 1245 (Москва),  
e-mail:

**Использование системы заданий  
в структуре формируемого умения  
на уроке математики  
в 8 классе по теме:  
«Построение графика квадратичной  
функции  $y = ax^2 + bx + c$ »  
(с элементами здоровьесберегающих технологий)**

*В статье речь пойдет о системе разноуровневых заданий по теме «Построение графиков квадратичных функций», учитывающей реальные возможности и индивидуальные особенности детей и позволяющей сделать процесс обучения личностно – ориентированным.*

***Ключевые слова:** квадратичная функция, график функции, разноуровневые задания.*

Более двух тысяч лет назад *Сократ* изрек: *«Здоровье – не всё, но всё без здоровья – ничто»*. Сегодня, невольно или целенаправленно глядя в черты наступающего третьего тысячелетия, учителя и родители, психологи и врачи с большой озабоченностью следят за здоровьем своих учеников и детей.

Можно считать, что здоровье ученика в норме, если:

- а) в физическом плане – умеет преодолеть усталость, здоровье помогает ему справляться с учебной нагрузкой;
- б) в интеллектуальном плане – проявляет хорошие умственные способности, наблюдательность, воображение, самообучаемость;
- в) в нравственном плане – честен, самокритичен, эмпатичен;
- г) в социальном плане – коммуникабелен, понимает юмор, сам умеет шутить;
- д) в эмоциональном плане – уравновешен, способен удивляться и восхищаться.

«Едва ли в какой-либо сфере человеческой деятельности проявляется большая инертность в отношении к научному мышлению и техническим усовершенствованиям, чем в педагогике. Наши жилища, учреждения, промышленные предприятия и средства транспорта совершенно изменились в течение жизни одного поколения, а типичное классное помещение и методы обучения едва ли претерпели изменения за целое столетие.

Разумеется, розги отошли в прошлое, классные доски вместо черного окрашиваются в зеленый цвет, в классе можно увидеть телевизор, графопроектор, магнитофон, компьютер. Однако, методы, которыми учитель передает знания ученикам, едва ли изменились». Так характеризует положение дел в народном образовании США известный американский психолог **Б.Скиннер**.

А как же у нас – в России? Для каждого учителя сегодня является актуальным вопрос: *«Как учить?»* Сегодня для учителя важно определиться в выборе такой технологии, которая предопределяла бы достижение тех целей, которые ставят современное общество и время перед учителем: *научить учиться, развивать способности к самообучению, к самостоятельности, к самореализации.*

Сохраняя здоровье ребенка, мы хотим, чтобы воздействие информационного взрыва было щадящим. Но утомляться можно не только от перегрузок работой, но и от работы не в полную силу, от работы без увлечения.

Большинство учителей математики придерживаются такого принципа:

***«Всё, что может быть открыто и доказано самими учащимися, должно быть сделано ими самостоятельно на уроке. Тогда не нужна будет домашняя зубрёжка формул и теорем. Излишнюю перегрузку памяти снижают также совместно с детьми выработанные опорные сигналы, алгоритмы действий, схемы, таблицы».***

Учитель, составляя планы, продумывая содержание учебного материала и ход урока, должен заботиться о комфортном психологическом состоянии учащихся. Это означает, что дети не должны работать в чрезмерно сложных условиях, испытывать беспомощность, ущемленность и разочарование от непонимания и неумения выполнить требования учителя.

В 8-х классах психологом нашей школы было проведено анкетирование:

***Я лучше понимаю материал на уроке, когда...:***

- а) ...учитель объясняет его (30%);
- б) ...все вместе обсуждаем ситуации, связанные с изучением нового материала, выдвигаем гипотезы, ищем верный путь решения проблемы (60%);
- в) ...мне дома объясняют родители (2%);
- г) ...я сам работаю с учебником (8%).

Радует то, что 60% учеников выбрали ответ «б».

**Урок – главная составная часть учебного процесса.** Для учащегося – это сложная работа, 45 минут сосредоточения, внимания и напряжения, где часто наблюдается физическая усталость. Сохранению физического, нравственного, социального здоровья способствует индивидуальная работа на разных этапах урока. Для снятия напряжения и выполнения здоровьесберегающей составляющей очень хорошо использовать систему заданий в структуре формируемого умения.

Эта система позволяет сделать процесс обучения личностно – ориентированным, что приводит к положительным результатам. Учитывая реальные возможности, индивидуальные особенности детей и ориентируясь на зону их ближайшего развития, предлагаю систему разноуровневых заданий в 8 классе по теме «Построение графика квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$ ».

Формирование умения строить график квадратичной функции успешнее всего происходит в ходе опытно – экспериментальной работы учащихся. Учитель лишь направляет деятельность учащихся, стимулирует их при обсуждении полученных результатов, помогает делать выводы, составляет алгоритмическое предписание для построения графика.

К тому моменту, когда учащиеся начнут самостоятельно осваивать схему построения графика квадратичной функции, начиная с простейшего вида  $y = x^2$  и кончая общим случаем  $y = ax^2 + bx + c$ , уже должны быть сформированы те «кирпичики», то есть частные умения, которые входят в структуру общего умения «Построить график».

Умение строить график квадратичной функции, формируемое в 8 классе, складывается из следующих частных умений.

| Общее умение   | Частные умения   |
|--|--|
| Умение строить график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ | 1. Умение вычислять значение функции по формуле (вычислять координаты вершины параболы, находить нули функции, находить дополнительные точки)                            |
|  | 2. Умение отмечать на плоскости точки с заданными координатами (отметить вершину параболы, провести ось симметрии, отметить нули функции, отметить дополнительные точки) |
|  | 3. Умение «читать график». Свойства функции: определить направление ветвей, найти промежутки возрастания и убывания функции, найти наибольшее и наименьшее значение.     |

В 8 классе эту тему начинают изучать в конце III четверти, и учащиеся почти год не обращались к теме «Система координат», и поэтому обязательно нужно вспомнить на предварительных уроках, как строить точки с заданными координатами.

Чтобы привлечь еще раз внимание к ранее пройденному материалу, нужна необычная форма его преподнесения, занимательность изложения.

В связи с этим можно предложить ребятам игру «Остров сокровищ», которая мотивирует учащихся и создает условия для включения каждого ученика в самостоятельную познавательную деятельность.



## «Остров сокровищ»

На острове сокровищ была пещера, в которой капитан Флинт спрятал свои сокровища. Вход в пещеру был тщательно замаскирован и найти его мог только старый пират Бен Ганн. Перед смертью он решил оставить для потомков зашифрованное письмо – описание пути, ведущего к кладу, и место, где он спрятал. Поскольку старый пират получил в свое время неплохое образование, он решил для своих целей воспользоваться методом координат. Он взял карту острова, нарисовал на ней оси координат, выбрал единицу измерения. В качестве главных ориентиров он указал координаты четырех дубов: I (5;6), II (-1;7), III (-7;-2), IV (8;-2). Клад находился в точке пересечения прямых, соединяющих I и III, II и IV дубы.

### Задание классу:

#### Задание I уровня

Нарисуйте в тетради оси координат, постройте точки, соответствующим дубам и определите координаты пещеры с сокровищами.

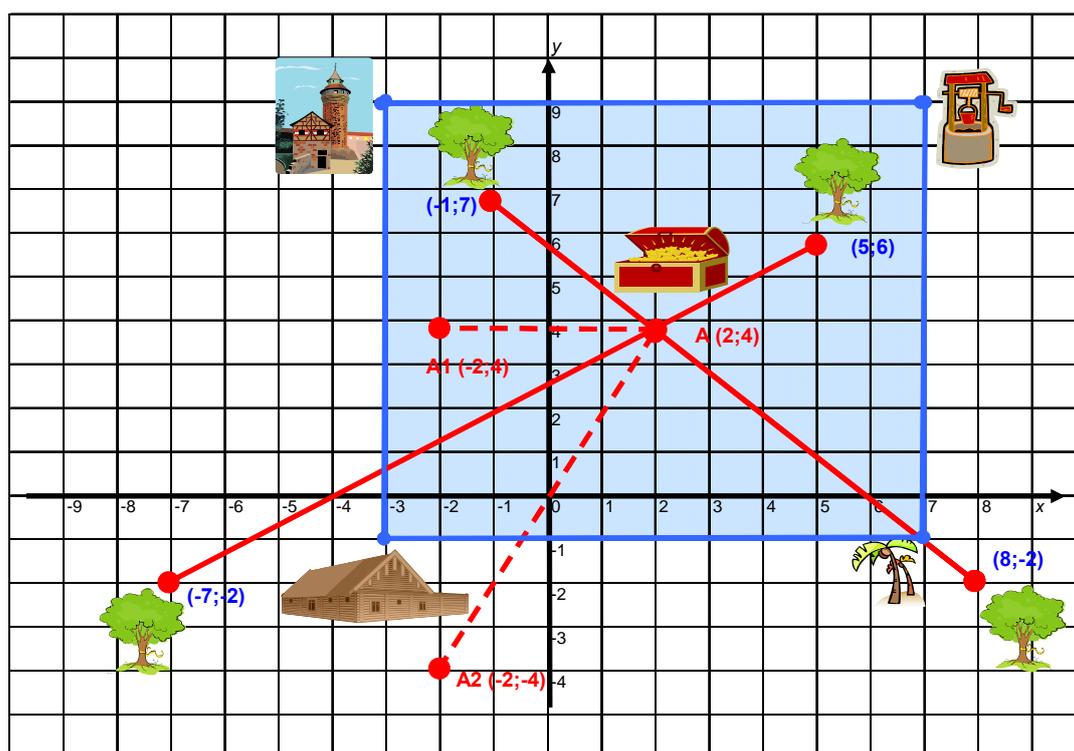
#### Задание II уровня

Нанесите на карту дополнительные объекты, которые были расположены очень хитро: по углам квадрата: колодец (7;9), наблюдательная вышка (-3;9), склад, пальмовая роща. Уловив последовательность расположения этих точек, постройте остальные точки и запишите координаты этих объектов.

#### Задание III уровня

*Дайте описание карты:*

- 1). Какие точки (объекты) расположены в I, II, III, IV четвертях?
- 2). Найти точки, симметричные относительно оси ОХ, оси ОУ, относительно начала координат.
- 3). Какая ось называется осью абсцисс? Осью ординат? Что такое «Система координат»?
- 4) Построить точку, симметричную точке (2;4) – место нахождения клада относительно оси ОУ, относительно начала координат. Запишите координаты полученных точек.



Для формирования частных умений проводим серию уроков, на которых отрабатываются «кирпичики», формирующие умение строить график любой квадратичной функции.



**На уроке объяснения нового материала** предлагаю задания, позволяющие поэтапно отследить уровень формирования каждого частного умения, соединить их в единое целое – схему построения графика квадратичной функции и отработать применение этой схемы на простейших примерах. Учащимся предлагается поэтапное построение одной и той же параболы с контролем каждого шага через кадоскоп: построить график функции  $y = x^2 - 4x + 3$ . Затем ребята приступают к выполнению самостоятельного задания по образцу.

**Постройте график функции  $y = x^2 - 4x - 5$ .**

Для выполнения задания I уровня учащимся выдается **карточка – памятка** с подробными указаниями по отдельным пунктам построения.

Для выполнения задания II уровня учащиеся получают менее подробные указания, при необходимости они пользуются тетрадью, имеют план построения графика.

Для задания III уровня учащиеся имеют план построения графика, при необходимости пользуются тетрадью.

1 урок

### Задание I уровня

#### **Постройте график функции $y = x^2 - 4x - 5$**

1). Вычислите координаты вершины параболы. Абсциссу ( $x_0$ ) найдите по формуле  $x_0 = -b/2a$ , а ординату ( $y_0$ ) – из равенства  $y = x^2 - 4x - 5$ , подставив вместо  $x$  найденное значение  $x_0$ . Постройте эту точку, которая является вершиной параболы.

2). Проведите ось симметрии  $x = x_0$ . Помните, что ось симметрии проходит через вершину параболы параллельно оси **ОУ**.

3). Вычислите нули функции. Для этого квадратный трехчлен  $x^2 - 4x - 5$  приравняйте **0** и найдите корни квадратного уравнения. Помните, что

квадратное уравнение можно решить по общей формуле:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Полученные точки постройте на оси **ОХ**.

4). Постройте дополнительные точки, заполнив таблицу:

|   |    |   |   |   |
|---|----|---|---|---|
| x | -2 | 1 | 3 | 6 |
| y |    |   |   |   |

5). Соедините последовательно точки плавной линией. Вы получите график функции  $y = x^2 - 4x - 5$ .

**Задание II уровня**

**Постройте график функции  $y = x^2 - 4x - 5$**

- 1). Постройте вершину параболы  $(x_0, y_0)$ . Если забыли формулы, см. стр. 161 в учебнике. Будьте внимательны при вычислениях.
- 2). Проведите через эту точку ось симметрии  $x = x_0$ .
- 3). Вычислите нули функции. Вспомните, какой формулой можно воспользоваться, чтобы решить квадратное уравнение:  $x^2 - 4x - 5 = 0$   
Постройте эти точки.
- 4). Заполните координатную таблицу для 2 – 3 точек. Учтите, что парабола проходит не только через построенную точку, но и через точку, ей симметричную относительно оси симметрии параболы.
- 5). Соедините плавной линией построенные точки.

**Задание III уровня**

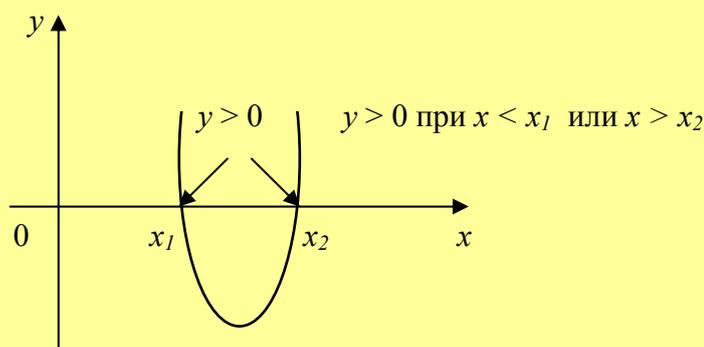
**Постройте график функции  $y = x^2 - 4x - 5$**

- 1). Постройте вершину параболы  $(x_0, y_0)$ .
- 2). Проведите ось симметрии параболы:  $x = x_0$ .
- 3). Найдите нули функции. Постройте эти точки.
- 4). Составьте таблицу значений функции и постройте эти точки.
- 5). Соедините плавной линией построенные точки.

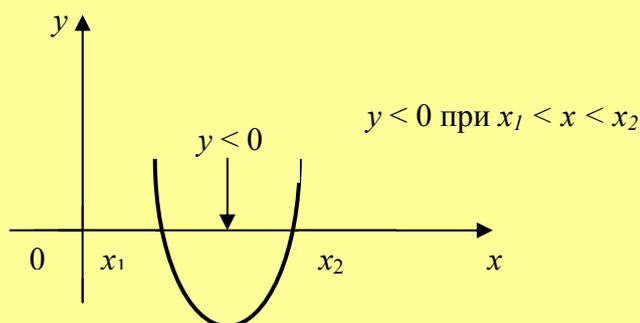
Задание I уровня

Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком.

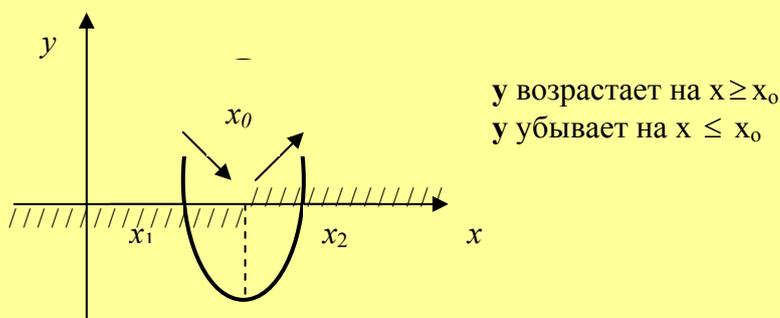
1). Определите, при каких значениях  $x$  значения функции положительны. Для этого найдите участки графика, расположенные выше **оси ОХ**. Например:



2). Аналогично определите, при каких значениях  $x$  значения функции отрицательны (то есть, соответствующие участки графика расположены ниже **оси ОХ**). Например:



3) Найдите, при каких значениях  $x$  функция возрастает и при каких убывает. Помните, что функция возрастает на некотором промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка большему значению  $x$  соответствует большее значение  $y$ , и убывает, если большему значению  $x$  соответствует меньшее значение  $y$ . Например:



4). Найдите наименьшее значение функции, то есть ординату самой нижней точки графика. Обратите внимание и запомните, что эта точка – вершина параболы.  $Y_{\text{наим.}} = y(x_0)$ . Обратите также внимание на то, что функция не принимает наибольшего значения, если ветви параболы направлены вверх (невозможно указать самую верхнюю точку графика).

Задание II уровня

**Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком**

- 1). Определите, при каких значениях  $x$  значения функции положительны. Для этого найдите участки графика, расположенные выше оси  $Ox$ .
- 2). Определите, при каких значениях  $x$  значения функции отрицательны (то есть соответствующие участки графика расположены ниже оси  $Ox$ )
- 3). Найдите при каких значениях  $x$  функция возрастает и при каких убывает. Помните, что функция возрастает на некотором промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка большему значению  $x$  соответствует большее значение  $y$ , и убывает, если большему значению  $x$  соответствует меньшее значение  $y$ .
- 4). Найдите наименьшее значение функции, то есть ординату самой нижней точки графика. Обратите внимание на то, что функция не принимает наибольшего значения, если ветви параболы направлены вверх.

Задание III уровня

**Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком.**

- 1). Найдите значения  $x$ , при которых значения функции положительны; отрицательны.
- 2). Найдите промежутки возрастания и убывания функции.
- 3). Выясните при каком значении  $x$  функция принимает наибольшее или наименьшее значение; найти его. Если есть затруднения, см. в учебнике стр. 150, 163.



**На уроке закрепления** обязательно нужно предложить детям **разноуровневые задания**, обеспечивающие перенос знаний в сходную ситуацию.

Необходимо отметить, что все задания составляем в структуре формируемого умения, причем, усложнение отражено не только в содержании материала, но и в формулировке задания, обеспечивающей рациональное уменьшение дозы помощи учителя учащимся разных уровней на уроках разных типов:

- а) учащиеся, которые выполняют задание I уровня, получают карточку – памятку, на которой есть указание, где найти теоретический материал, примеры в картинках;
- б) учащиеся, которые выполняют задание II уровня, пользуются тетрадью и учебником при необходимости;
- с) учащиеся, выполнявшие задание III уровня работают без посторонней помощи при выполнении заданий по переносу знаний в сходную ситуацию, а при переходе к новой ситуации получают определенную дозу помощи учителя на карточке.

**Контроль за выполнением задания тоже различен.**

Работу учащихся, которые выполняют задание I уровня, учитель проверяет поэтапно.

Учащихся, выполнявших работу II уровня, учитель проверяет поэтапно лишь при возникновении затруднений, а работу учащихся, которые выполняют задание III уровня – только в конце.

2 урок

Задание I уровня

**Постройте график функции  $y = -2x^2 + 3x + 2$**

- 1). Постройте вершину параболы  $(x_0, y_0)$ . Помните, что пользоваться нужно формулами:  $x_0 = -\frac{b}{2a}$  ;  $y_0 = y(x_0)$ . Отметьте вершину параболы.
- 2). Проведите ось симметрии  $x = x_0$ .
- 3) Найдите нули функции, предварительно решив квадратное уравнение:  
 $-2x^2 + 3x + 2 = 0$ . Отметьте найденные точки на оси **OX**.
- 4). Постройте еще 2 – 3 дополнительные точки, симметричные относительно оси симметрии параболы, вычислив соответствующие значения функции (эти значения одинаковы).
- 5). Проведите через построенные точки параболу.

2 урок

Задание II уровня

Постройте график функции  $y = -2x^2 + 3x + 2$

- 1). Постройте вершину параболы  $(x_0, y_0)$ . Если забыл формулы, найдите в учебнике. Будьте внимательны при вычислениях.
- 2). Проведите ось симметрии.
- 3). Вычислите нули функции.
- 4). Постройте дополнительные точки.
- 5). Соедините построенные точки.

2 урок

Задание III уровня

Постройте график функции  $y = -2x^2 + 3x + 2$

*Построй параболу по плану:*

- 1). Вершина параболы.
- 2). Ось симметрии.
- 3). Нули функции.
- 4). Дополнительные точки.
- 5). График.

2 урок

Задание I уровня

Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком.

- 1). Определите, при каких значениях  $x$  значения функции положительны. Для этого найдите участки графика, расположенные выше оси **OX**.
- 2). Определите, при каких значениях  $x$  значения функции отрицательны, то есть соответствующие участки графика расположены ниже оси **OX**.
- 3). Найдите, при каких значениях  $x$  функция возрастает и при каких убывает. Помните, что функция возрастает на некотором промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка большему значению  $x$  соответствует большее значение  $y$ , и убывает, если большему значению  $x$  соответствует меньшее значение  $y$ .
- 4). Найдите наибольшее значение функции, то есть ординату самой верхней точки графика. Обратите внимание на то, что функция не принимает наименьшего значения, если ветви параболы направлены вниз.

2 урок

Задание II уровня

**Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком.**

- 1). Найдите значения  $x$ , при которых значения функции положительны, отрицательны. (см. стр. 150,163)
- 2). При каких значениях  $x$  функция возрастает, а при каких убывает.
- 3). При каких значениях  $x$  функция принимает свое наибольшее или наименьшее значение и чему оно равно.

2 урок

Задание III уровня

**Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком.**

- 1). Промежутки постоянного знака функции ( $y > 0$ ,  $y < 0$ )
- 2). Промежутки возрастания и убывания функции.
- 3). Наибольшее (или наименьшее) значение функции.



**На уроке обобщения и систематизации**

**работа в сходной и новой ситуации.** Учащиеся, которые выполняют задания I уровня, пользуются только схемой, работу учитель контролирует поэтапно только при возникновении затруднений. Учащиеся, выполнявшие задания II и III уровня, готовой схемой уже не пользуются. Для этих детей задания усложняются, так как в любом задании должно быть сильное интеллектуальное или практическое затруднение, преодоление которого способствует развитию познавательной самостоятельности.

Задание I уровня

Постройте график функции  $y = |8x^2 + 10x + 3|$

- 1). Постройте вначале график функции  $y = 8x^2 + 10x + 3$ .
  - а). Для этого постройте вершину параболы  $(x_0, y_0)$ . Если забыли формулы, найдите в учебнике (стр. 158, 161). Будьте внимательны при вычислениях.
  - б) Проведите ось симметрии (параллельно **оси ОУ**).
  - в) Найдите нули функции, отметьте эти точки (на **оси ОХ**).
  - г) Постройте дополнительные точки.
  - д) Соедините построенные точки.
- 2). Запомните, что модуль ординаты любой точки графика, которая находится выше оси абсцисс – положительное число. Модуль такого числа равен самому числу. Модуль ординаты любой точки графика, которая находится ниже оси абсцисс – число отрицательное. Модуль такого числа равен противоположному числу. Поэтому выполните симметрию той части графика, который находится ниже **оси абсцисс**, относительно **оси ОХ**. Выполните симметрию и обведите полученный участок графика цветным карандашом.  
Вы получили график функции  $y = |8x^2 + 10x + 3|$ .

Задание II уровня

Постройте график функции  $y = |8x^2 + 10x + 3|$

- 1). Запишите функцию без знака абсолютной величины, пользуясь определением:
$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{для тех } x, \text{ для которых } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{для тех } x, \text{ для которых } f(x) < 0 \end{cases}$$
- 2) Постройте график функции  $y = 8x^2 + 10x + 3$ , пользуясь планом:
  - а) Вершина параболы.
  - б) Ось симметрии.
  - в) Нули функции.
  - г) Дополнительные точки.
  - д) График.
- 3) Выделите цветом те участки графика функции  $y = 8x^2 + 10x + 3$ , где  $y > 0$ , а для точек параболы, лежащих **ниже оси ОХ**, постройте симметричные относительно **оси ОХ** и обведите полученный участок графика цветным карандашом.  
Вы получили график функции  $y = |8x^2 + 10x + 3|$ .

3 урок

Задание III уровня

**Постройте график функции  $y = |8x^2 + 10x + 3|$**

- 1). Запишите функцию без знака абсолютной величины, пользуясь определением модуля функции.
- 2). Постройте график функции  $y = 8x^2 + 10x + 3$ .
- 3). Запомните, что график функции  $y = |f(x)|$  совпадает с графиком функции  $y = f(x)$  на тех промежутках, на которых  $f(x) \geq 0$ , а на тех промежутках, на которых  $f(x) < 0$ , график  $f(x)$  получается из графика функции  $f$  с помощью симметрии относительно оси  $Ox$ .

3 урок

Задание I уровня

**Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком.**

- 1). Найдите значения  $x$ , при которых значения функции положительны; отрицательны. (см. стр. 150, 163)
- 2). При каких значениях  $x$  функция возрастает, а при каких убывает.
- 3). При каких значениях  $x$  функция принимает свое наибольшее или наименьшее значение и чему оно равно. Обратите внимание на различие в расположении ветвей параболы: есть наибольшее значение, но нет наименьшего.

3 урок

Задание II уровня

**Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком.**

- 1). Промежутки постоянного знака функции ( $y > 0$ ,  $y < 0$ ).
- 2). Промежутки возрастания и убывания функции.
- 3). Наибольшее ( или наименьшее ) значение функции. Обратите внимание на различие в расположении ветвей параболы.

Задание III уровня

Перечислите основные свойства функции, пользуясь построенным графиком

(по памяти)

В предложенной системе заданий реализованы основные современные подходы к обучению. Так в результате систематического выполнения данных заданий школьники учатся самопланированию, самоорганизации, самоконтролю.

На таких уроках ученик работает в оптимальном для него режиме, не испытывая страха и стресса, следуя плану технологической карты (карточки – памятки) с дозированной помощью учителя, получая при этом положительные результаты в изучении темы.

После того, как ученик легко справился с «легкой задачей» и ему предложили «трудную», у него закрепляется вера в собственные силы, в успех. На уроках имеет место принцип психологической комфортности: создаются благоприятные условия за счет дифференциации обучаемых по уровню знаний, с другой стороны – реально возможна максимальная самостоятельность в учебе, в создании условий для реализации физических, физиологических и других конкретных возможностей для работы над учебным материалом – все это минимизирует его стрессовое состояние ( или исключает их ), а здоровье детей – это наша общая проблема. И решение этой проблемы зависит от внедрения в школу здоровьесберегающих технологий. Под здоровьесберегающими образовательными технологиями в широком смысле слова следует понимать все те технологии, использование которых в образовательном процессе идет на пользу здоровья учащихся.

